

Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»

ОБЗОР МЕТОДОВ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ В ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВАХ

В статье приведен обзор современных методов расчета электродинамических сил в электротехнических устройствах.

Ключевые слова: электротехнические устройства, электродинамические силы, методы расчета.

В современной практике подавляющее большинство электрических машин всех типов относятся к классу «индуктивных», действие которых основано на законе электромагнитной индукции. Силовые взаимодействия в активной зоне таких машин является неотъемлемой особенностью процесса преобразования энергии. Их расчет основывается на силовом взаимодействии контуров электрического тока всех видов [1].

Исторически Амперу принадлежит первая формулировка его закона в дифференциальной форме, согласно которому сила взаимодействия двух элементов проводников с током составляет:

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^3} \left(d\vec{l}_2 \times (d\vec{l}_1 \times \vec{r}) \right), \quad (1)$$

где \vec{r} – радиус-вектор, направленный от первого элемента ко второму, $d\vec{l}_1$ и $d\vec{l}_2$ – элементы длины данных проводников с токами I_1 и I_2 .

Уже самого Ампера тревожило то обстоятельство, что выражение (1) несимметрично относительно взаимодействующих элементов, вследствие чего для них нарушается третий закон Ньютона, когда в ряде случаев (например, для перпендикулярно расположенных элементов) силы не равны:

$$d\vec{F}_{12} \neq d\vec{F}_{21} \quad (2)$$

В этой связи Ампер ввел в рассмотрение «симметризованный» закон электромагнитного взаимодействия

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^3} \left(-2(d\vec{l}_1 \times d\vec{l}_2) \vec{r} + \frac{3}{r^2} (d\vec{l}_1 \times \vec{r})(d\vec{l}_2 \times \vec{r}) \vec{r} \right), \quad (3)$$

который устраняет дефект метода (1) в части нарушения третьего закона Ньютона, но, как отмечает ряд авторов, приводит к результатам, не соответствующим эксперименту. В частности, для бесконечно длинных параллельных проводников дает удельную силовую нагрузку σ в два раза большую, чем по классическому закону (1):

$$\sigma = \frac{dF_{12}}{dl} = \frac{\mu_0}{4\pi r} \frac{2I^2}{d} \quad (4)$$

где d – расстояние между проводниками.

В электродинамике принято обходить эти трудности, доказывая, что при взаимодействии между контурами с током (электрический заряд также представляет собой токовый контур) принцип «равенства действия и противостояния» соблюдается, поэтому нет смысла в отступлении от классического (1), ибо в целом по контуру закон (3) дает те же самые значения сил.

Вскоре после появления закона (1) была предложена зависимость, определяющая напряженность магнитного поля \overline{dH} элемента тока $I\overline{dl}$ на расстоянии r от него:

$$\overline{dH} = \frac{1}{4\pi r^3} (\overline{dl} \times \overline{r}), \quad (5)$$

которая получила название закона Био-Савара-Лапласа.

По существу, последнее выражение есть лишь форма представления внутреннего векторного произведения в законе Ампера (1), но оно позволяет перейти к «полевому» представлению влияния первого элемента.

Обобщенную формулу для силы, действующего на частицу с зарядом q , движущуюся со скоростью \overline{v} с индукцией \overline{B} , дал Лоренц:

$$\overline{dF} = q(\overline{v} \times \overline{B}), \quad (6)$$

что в случае воздействия магнитного поля на элемент тока $I_2\overline{dl}_2$ преобразуется в

$$\overline{dF}_{12} = I_2\overline{dl}_2 \times \overline{B}, \quad (7)$$

С использованием последнего соотношения можно, например, показать, что в случае, когда поле источника создается замкнутым контуром l законы (1) и (5) становятся эквивалентными:

$$\overline{dF}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^3} \left(\overline{dl}_2 \times \int_l (\overline{dl}_1 \times \overline{r}) \right) = \mu_0 I_2 \overline{dl}_2 \times \overline{B}. \quad (8)$$

Если же задачей расчета является анализ взаимодействия элементов одного и того же контура, то по причинам, изложенным в [2], закон Лоренца теряет эту эквивалентность.

Классический арсенал дифференциальных законов может быть дополнен методом магнитных натяжений, разработанным Максвеллом, но он пригоден только для расчета сил, действующих на ферромагнитное тело в магнитном поле воздушного зазора [3].

В связи с отмечавшейся некоторыми авторами «неуниверсальностью» перечисленных выше классических законов, они выдвигали альтернативные варианты законов силового взаимодействия, которые в той или иной мере позволяли [4]:

- соблюсти третий закон Ньютона;
- избежать расходимостей при расчетах сил в плоских контурах;
- разрешить ряд парадоксов.
- модифицированный закон Ампера по Николаеву с использованием векторного магнитного потенциала \bar{A} [5]:

$$\overline{dF}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^3} \left(d\bar{l}_2 \times (d\bar{l}_1 \times \bar{r}) \right) - I_2 \operatorname{div} \bar{A} \left(I_1 \times d\bar{l}_1 \right) \times d\bar{l}_2; \quad (9)$$

- модифицированный закон Ампера по нашим предположениям [6]:

$$\overline{dF}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{8\pi r^3} \left[d\bar{l}_2 \times (d\bar{l}_1 \times \bar{r}) + d\bar{l}_1 \times (d\bar{l}_2 \times \bar{r}) \right]; \quad (10)$$

- закон Лоренца-Маринова

$$\begin{aligned} \overline{dF}_{12} = & q_2 \bar{E}_1 - q_2 \frac{\partial \bar{A}_1}{\partial t} + q_2 (\bar{v}_2 \times \operatorname{rot} \bar{A}) - q_2 \bar{v}_2 \operatorname{div} \frac{\bar{A}}{2} - \\ & \left(\bar{v}_2 \frac{q_2}{2v_2^2 r^3} \times \right. \\ & \left. \times \int_V (q_1 \bar{v}_1 \times \bar{v}_2) (\bar{r} \times \bar{v}_2) \right) - \bar{v}_2 \frac{q_2}{2v_2^2 r^3} \int_V (q_1 \bar{v}_1 \times \bar{v}_2) (\bar{r} \times \bar{v}_2), \end{aligned} \quad (11)$$

где q_1 и q_2 – заряды в объеме V ; v_1 и v_2 – скорости их движения;

И наконец, соотношение, основанное на расширении сферы применения известного закона

$$\overline{dF}_{12} = q_2 \bar{E}_1 = -q_2 \frac{\partial \bar{A}_1}{\partial t} \quad (12)$$

за счет перехода от частной к общей производной во времени, которая включает в себя вектор-градиент поля \bar{A} в направлении движения заряда q_2 со скоростью v_2 [7]

$$\overline{dF}_{12} = q_2 \overline{E}_1 = q_2 \frac{d\overline{A}_1}{dt} = q_2 \left[\frac{\partial \overline{A}}{\partial t} + (\overline{v}_2 grad) \overline{A} \right]. \quad (13)$$

Выполненный в [4] теоретический анализ эффективности перечисленных выше подходов к расчету силовых взаимодействий во внешнем поле бесконечно длинного (кольцевого) соленоида показал, что в отличие от классических законов ненулевые результаты дают только некоторые альтернативные варианты дифференциальных законов.

Правомерность «альтернативных» подходов и их применимость к решению прикладных задач современного электромашиностроения требовала экспериментальной апробации.

Для этих целей было принято повторить опыт №29 [5], где, согласно утверждению автора, « две расположенные на одной оси тороидальные обмотки с магнитопроводом при наличии однонаправленных магнитных потоков в них испытывают силы продольного притяжения вместо ожидаемого отталкивания (при допущении наличия в пространстве около них магнитных полей рассеяния)».

В нашем варианте опыта использовались два одинаковых обмотанных тороида с магнитопроводом прямоугольного поперечного сечения 14x20 мм² и диаметром по центральной части 114 мм. Один из тороидов был закреплен на стойке, а второй – на подвижной платформе.

Аналогичный опыт был проведен в Институте высоких температур (Москва) д-ром техн. наук С.М. Городиным. Здесь также использовались два обмотанных тороида, подвешенные на нитях (с точностью до 0,01 Н), что позволяет сделать заключения о физической бессодержательности «альтернативных» гипотез.

Выводы:

1. Дифференциальный закон Ампера взаимодействия двух элементов тока является универсальной основой для расчета электродинамических сил в электрических машинах.
2. «Альтернативные» подходы к выполнению таких расчетов физически бессодержательны, а многие из них ясно ошибочны.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Физическая энциклопедия: в 5т. М., 1988–1998.
2. Кузьмин В.В. Об эффективности методов расчета внутренних силовых взаимодействий в элементах магнитопроводов/ В.В. Кузьмин, Т.В. Шпатенко, В.С. Шпатенко // Електроінформ.Львів.2007.№2.
3. Кузьмин В.В. К расчету осевых сил в сердечнике мощного двухполюсного турбогенератора / В.В. Кузьмин, В.С. Шпатенко // Электротехника и электромеханика.2010.№2
4. Кузьмин В.В. К проблеме расчета силового взаимодействия магнитопровода на обмотки электрических машин / В.В. Кузьмин, В.С. Шпатенко //Электротехника и электромеханика.2007.№4